$\boxed{1}$　算数系問題・速さ・公式化・トポロジー

回転寿司のお店の中にはさまざまな算数の話題が隠れていることが分かりますね。みなさんも普段の生活の中で，適性検査問題の題材になりそうな話題を探してみるとよいでしょう。問題作成者目線に立つということは，問題を解く際にも大きな利点を手に入れることができるものと思います。ぜひ考えてみてください。

今回の問題にあたって，余裕で解くことができた問題もあるでしょうし，かなり大変な思いをしたものもあるかもしれません。あるいはまったくわからなかった，手も足も出せなかった問題もあるかもしれません。

なかでもまったくわからなかった問題に関しては，講評をよく読み，確実に自分のものにしておいてください。ただ読んだだけでは理解したつもりでもできるようにはなりません。必ず解き直しを繰り返しましょう。まずは模範解答を書き写すところから始めても構いません。その上でなぜこのような解き方をするのかをよく理解するための努力をしてください。模範解答や講評を読んでも理解できない場合は，まよわず塾の先生に質問をしてください。

大変な思いをしてようやく解くことができた問題については，模範解答及び講評を読んだ上で，自分の考え方でよかったのかどうかの確認をしてください。もっと良い考え方はないか，何か工夫をすることができる部分はないかを探っておきましょう。

余裕で解けた問題についても，そこで満足せずに，そこからさらに発展させることはないかをよく考えておきましょう。自分がその答えを出すときに，どこまで会話文や設問文を読み込んで，それぞれの意味を考えながら解くことができたかを確認します。

答案を見ていると，問題に答えていないものが多数見受けられます。何を質問されているのか，それに対して何を答えることを期待されているのかを考えて解いていますか？　作文も同様ですが，自分の思いが先行してしまうと，時として問題と向き合っていない答えを書いてしまいがちです。会話文の重要な所にはしっかりと下線をひきましょう。また，設問の条件にあたる箇所には下線のみではなく□で囲んだり○で囲んだりといったことも重要です。最低限，指示に従った答案が作成できるようにしてください。

まずは一回自分の答案を，その観点で見返しておいてください。

（問題１）　かかる時間を考える

順番待ちというのは嫌なものですね。しかし避けては通れない場合もあります。予約型であったり，ディズニーリゾートのような「ファストパス」制度があったりすればよいかもしれませんが，かならずしもそうはいきません。

早太くん一家の受付番号は４７番で，受付時点では３１番が呼ばれていたためあと１６組が残っていました。それが３０分後になって３６番の人が呼び出されたということが書かれています。以上のことから，あと何分間待たされるはずかを考える問題です。日常の中でも同様の検討のつけ方をすることはあると思います。結局日常生活の中に適性検査問題はあるということです。常日頃さまざまなことを考えながら生活するように心がけてください。

この３０分間で呼ばれたのは，３６－３１＝５組です。５組で３０分かかっていることになります。このままいくと……？

１組あたり　３０÷５＝６分　かかったことになります。
４７番までは　４７－３６＝１１組　残っているわけですから，
６×１１＝６６分　かかることがわかりますね。

模範解答例

３０分で５番進んだので，１番進むには　３０÷５＝６（分）
残りは　４７－３６＝１１
６×１１＝６６（分）　　　　答え）６６分

６×１６＝９６としてしまった答案が多数ありました。これは受付時間からの待ち時間になります。すでに３０分経過していますので，６×１６をしたのであれば，その答えから３０を引かなければなりませんよね。

なお，答案にはある程度の言葉を書き込む努力はしていきましょう。もちろん式だけでも採点者はその意味を読み取る努力はしてくれますが，それぞれの式の意味が書かれていれば，それだけわかりやすい答案にすることができます。あっていなかった場合などに，部分点をもらえるかどうかにかかってくる可能性があります。

（問題２）　全席を埋めた場合の効率アップについて　　配点１０点　　平均点２.９９点
実数を用いた問題ではなく，やや概念的な出題だったため，平均点は低くなりました。

実際の数字ではないので難しいと感じているのであれば，自分で数字を作ってみることです。
全部で１０席あるお店だとして，それぞれのお客さんが３０分間食事をしていると想定してみましょう。
６割の座席しか使っていないということは，６席しか使っていないということです。６席を３０分ずつ使うわけですから，席に人が座っている時間の合計は，６×３０＝１８０（分）ということになります。このような考え方を「のべ」といいますね。
では，このお客さんたちに，全１０席を利用してもらうとすると，１８０÷１０＝１８分間ですむことになります。(実際には１８分で食事を終わらせなければならなくなりますから，「理論上」となりますが…)
３０分かかっていたところを１８分ですむということは，
（３０－１８）÷３０＝０.４
となり，４０％減らせることがわかります。

上記のような答えを書いてもよいのではないでしょうか。
あとはこれをいかにスマートな表現にするかだと思います。
比を利用するのであれば，
使用する席数の比が　６：１０＝３：５になるので，
かかる時間の比は，その逆の５：３になる。
したがって，（５－３）÷５＝０.４　　　４０％減ることになる
などと書けるのではないかと思います。

下の模範解答例は，比ではなく分数を利用した表現にしてあります。

模範解答例

６割しか使っていなかった席を１０割使うので，行列が進む速さは$\frac{5}{3}$倍になる。
よって待ち時間は$\frac{3}{5}$（６０％）になるので４０％減る。

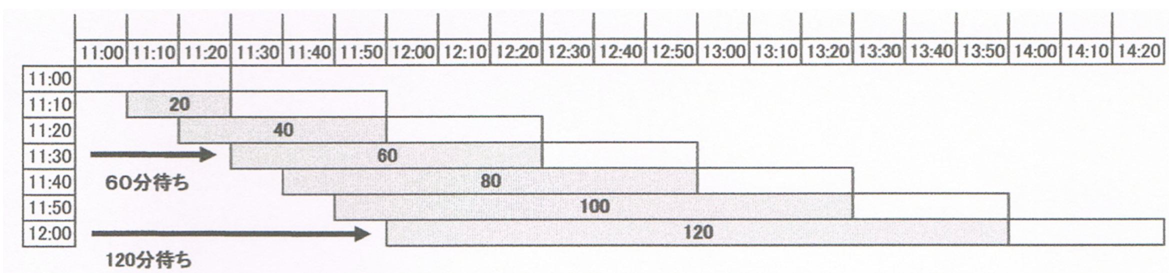
答え）４０％

（問題３）　待ち時間シミュレーション

問題１と同様に待ち時間を考える問題ですが，本問はそれを模式化している点が異なります。次から次へとやってくるお客さんと，それぞれのお客さんが食事をする時間を一定のペースであるとして簡略化したモデルを考えています。個々のお客さんはやってくる時間も食事時間も異なりますが，大きな流れを考える際は，このような簡略化したモデルを利用することで，ほぼ正確な時間予測をすることができるのだそうです。東大の西成活裕教授提唱の『渋滞学』でも，同様のことを考えていくようですし，高速道路などの「渋滞予測」も，あるいはナビタイムなどのナビゲーションシステムの所要時間予測も同じようなことを考えているようですね。

さて，会話文に「テーブルが１つだけで，１１時から１０分おきに１組の客が来る」とあります。さらに問題文には「すべての客の食事にかかる時間を３０分と…」とあります。これでモデル状態を考えることができますね。

問題文の上の早太くんのように「１１時の開店時に１組入り，その組は１１時３０分に食べ終わる。だから１１時１０分に来た人は２０分待たなくては…」と順に考えてもよいのですが，２つも聞かれているわけですし，問題文の状況を時間軸で表してみたいと思います。



計算で考えるとしたら，１１時３０分に来た人たちの前には，１１時ちょうど，１１時１０分，１１時２０分と，３組の人たちがいるわけですから，それぞれが食事をするのにかかる時間は３０×３＝９０分です。１１時から考えると９０分後に食事をすることができるわけですね。やってきたのが１１時３０分ですから，待った時間は　９０－３０＝６０分です。

１２時の人たちの場合では，その前に６組の人たちが来ていますから，同様に考えて，

３０×６＝１８０分後に食事を始められます。やってきたのが１２時ということは，６０分経ってからなので，待ち時間は　１８０－６０＝１２０分となります。

模範解答

①　６０分　　　　　　　　　　②　１２０分

（問題４）　待ち時間の公式化①

これまでも何回か出してきている公式化する問題ですが，やはり平均点は低いですね。この手の問題では，まず何よりも「規則性」に気づく必要があります。

食事時間を４０分とした場合に，開店してからM分後にやってきた人の待ち時間は何分なのかを，Mを使って表すことが求められています。

前問では，食事時間を３０分としたときの開店してからの時間と，その待ち時間を考えているわけですが，それをヒントとすることになりますね。以下のようになっています。

開店から		待ち時間
１０分後	⇒⇒	２０分間
３０分後	⇒⇒	６０分間
６０分後	⇒⇒	１２０分間

２倍だ！

このように並べてみると規則性に気づきやすいとは思いませんか。やはり問題に取り組むときの心構えとして，すぐに答えが（または解き方が）わかってしまったような問題以外では，いかにその問題を『ビジュアル化』するかが重要なのではないかと思います。線分図を描くことも，表などにまとめることも，すべてはこの「ビジュアル化」です。言い換えれば「見える化」ということになります。目で見えるものは頭の中で漠然と考えるものよりも確実に難易度レベルを下げることができます。まずは「見える化」から始めましょう。

では本問の食事時間４０分の場合です。

開店から		待ち時間
１０分後	⇒⇒	３０分間
２０分後	⇒⇒	６０分間
３０分後	⇒⇒	９０分間

今回は３倍になっていることに気づきますね。

模範解答１

M×３　　　　または　　　　３×M

M×３０　という誤答が多数ありました。あと一歩だったんですが…

（問題５）　待ち時間の公式化①

公式化も，さらに食事時間までを文字化してしまっていますので，この問題はかなりの難問の部類に入りますね。しかし考えることは変わらず，規則性を探し出すことです。

今回の問題は，食事時間がＡ分の場合に，開店からＢ分後にやってきた人の待ち時間を公式化することを求められています。前問同様に，「Ｂ×〇」といった形式になることはここまでくれば想像がつきますね。あとはこの「〇」が何なのかです。

前問を考える際に，食事時間が３０分の場合と，４０分の場合について考えています。

３０分の場合　⇒　〇は２

４０分の場合　⇒　〇は３

これでわからなければ，もう少し例を挙げてみればよいわけです。

規則性はわかりやすく並べなおすことから始めていきます

食事時間が５０分の場合，１０分後に来た人は４０分待ち，　⇒　〇は４

食事時間が６０分の場合，１０分後に来た人は５０分待ち，　⇒　〇は５

食事時間が７０分の場合，１０分後に来た人は６０分待ち，　⇒　〇は6

食事時間より１０分少ない待ち時間になっていることがわかります。１０分後にやってくるのだから当たり前ですね。

ならば，食事時間がＡ分の場合，１０分後に来た人の待ち時間はどうなるかというと…

もちろん　Ａ－１０　分となるはずですね。

次は待ち時間と〇の数の関係ですが，上記の関係を見ている限り，

待ち時間÷１０　をしたものが〇の数であることもわかってきますね。

つまり，今回の場合の〇の数は，（Ａ－１０）÷１０　となります。

もちろんこの（Ａ－１０）÷１０は，ほかにも様々な表現の仕方があります。

模範解答例

Ｂ×（Ａ－１０）÷１０　　または　　Ｂ×（Ａ÷１０－１）

Ｂ×Ａ÷１０－Ｂ　　など

（問題６）　トポロジー（図形の簡素化）

大変に平均点の低い問題となりました。

トポロジー，日本語にすると「位相幾何学」といいます。連続変形といって，「伸ばしたり曲げたりすることで同じ性質になるものを考える仲間分け」といったところでしょうか。平面図形でも空間図形でも考えられる分野で，現代数学では，かなり重要性の高い分野ではないかと思います。数学者であるオイラーが大変有名な一筆書き問題である「ケーニヒスベルクの橋」や「オイラーの多面体の公式」を考えたあたりから誕生した分野で，ポアンカレ予想などにも関連しています。

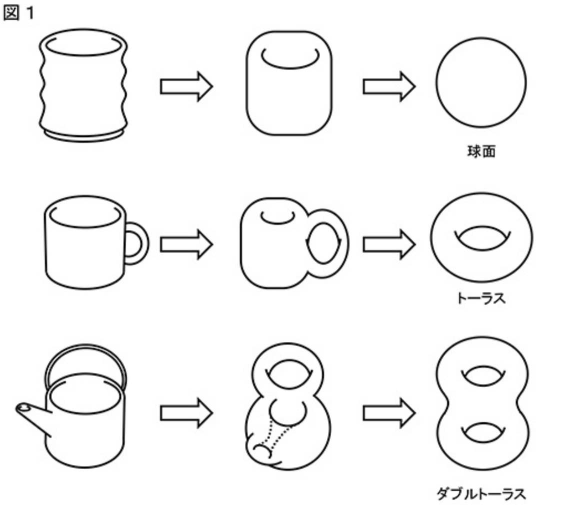
親子授業やその後の授業の中で「トポロジーなんていうものを習ったことがないからできないよ」という突っ込みをもらったのですが，そもそも適性検査とは，習ったことのないようなものを考えさせるものです。習ったことを習った通りに出題したのでは学力検査です。

与えられた条件や会話文などをいかに活用して，出題者が求める答えを探し出すか，といった謎解きゲームのようなものに挑戦しようとしているのですから，「習ってない」などという言葉は慎みましょう。

トポロジーそのものを端的に説明すると，「右の写真のコーヒーカップとバウムクーヘンは同じ種類の形である」ということになります。

これは図形の中の穴の開き方などを単純化することで考えているもので，下の図の左側の図形と真ん中の図形，さらに右側の図形が同一のものであるとしていくわけです。

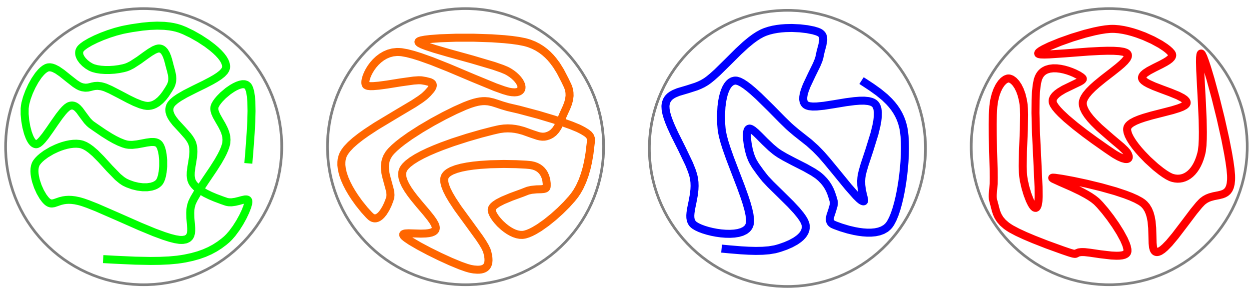
図１



鉄道の路線図なども，地図的に見ればまったく正しくない位置に表されている駅が，駅同士の位置関係を考えると，もっとも見やすい配置にえがかれていることに気づくものです。そのような分野で活躍する考え方が「トポロジー」です。

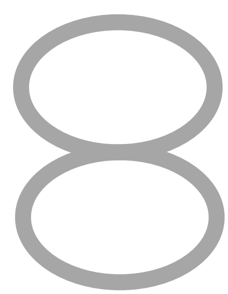
さて，①～④を１つずつ見ていきます。

①　②　③　④



①　右図のようにすると「３」が見える。という答案が最も多かったのではないでしょうか。しかしだとすれば，その右側の２本のリボンのような線は何なのでしょうか。余計な線が残ってしまいいますね。

　ここでは，左側の３のように見える部分が１つの輪になっていると考え，さらにその輪に２本の線がくっついていると判断します。それを変形させます。

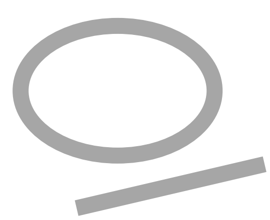


②　これは何となく数字が見えた人もいたようですね。

　前問同様に考えるとすると，上と下に２つの輪があります。それが１点で交差していますね。

　ここで「輪」という表現をしていますが，始点も終点もない線のことをそう呼んでいます。それに対して始点と終点のある線は「直線」または「線」ということになります。

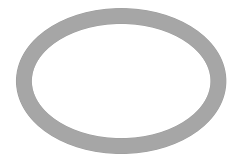
　さらに交点を考えれば，この４問は正解にたどり着きます。



③　２つの図形に分かれていたのでわかりやすいですね。

　上の部分は１つの輪になっており，その下に１本の線がかかれています。

④　これは１つの輪だけでできあがっていますね。交差も，始点・終点もありませんので，１つの輪からなる図形です。前述のバウムクーヘン型です。



模範解答例

①　４

理由：１本の始点と終点が離れている線でできていて，それが交差しているから。
（右図のように）

②　８

理由：１本の始点と終点がくっついている線でできていて，それが交差しているから。

③　１０

理由：２本の線でできているから。

④　０

理由：１本の始点と終点がくっついている線でできていて，それが交差していないから。

※解説のような「輪」,「線」のような表現でも構いません。

ちなみに，この規則に従うと，「１」「「２」「３」「５」「７」は同じ図形になりますし，また「６」と「９」の区別はつかなくなりますね。